

Hay una forma muy rápida de hallar la ecuación general de un plano cuando se conoce un punto y dos vectores dirección, utilizando determinantes.

Queremos hallar el plano que pasa por los puntos $P(2, -5, 4)$, $Q(-1, -3, 6)$ y que es perpendicular al plano $\pi \equiv 3x - 2y + z = 3$.

Dado que es perpendicular al plano π , uno de sus vectores dirección será $\vec{u} = (3, -2, 1)$.

Además pasa por el punto $P(2, -5, 4)$ y tiene como otro vector dirección

$$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (-1 - 2, -3 + 5, 6 - 4) = (-3, 2, 2).$$

Para hallar su ecuación general basta desarrollar la igualdad siguiente:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y+5 & z-4 \\ -3 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$2(x-2) + 6(z-4) + 6(y+5) - 6(z-4) + 3(y+5) + 4(x-2) = 2x - 4 + 6z - 24 + 6y + 30 - 6z + 24 + 3y + 15 + 4x - 8 \\ = 6x + 9y + 33 = 0$$

Simplificamos por 3 y, por tanto, el plano buscado es $2x + 3y + 11 = 0$.