

A hombros de gigantes: La vuelta ciclista



Imagen de [Surizar](#) bajo licencia Creative Commons

La derivada y sus reglas

La vuelta ciclista

Tasa de Variación Media

- La tasa de variación media de una función en un intervalo mide el aumento o disminución de la función por término medio en el intervalo.
- Se calcula usando esta fórmula:

$$TVM[a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

- O bien esta otra en un intervalo $[a, a+h]$

$$TVM[a, a+h] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Tasa de Variación Instantánea

- Si hacemos que el intervalo donde calculamos la tasa de variación media sea muy pero que muy pequeño, obtenemos la tasa de variación instantánea.
- La TVI, se calcula haciendo el límite cuando h , la amplitud del intervalo, tiende a cero de la tasa de variación de media.
- La fórmula en el punto $x=a$ es por tanto:

$$TVI(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Derivada en un punto

- La derivada en un punto de una función, $f'(x)$, es el valor de la tasa de variación instantánea en dicho punto:
- Se calcula a través del límite:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- La derivada nos indica el valor de la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto.
- Ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x=a$:

$$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$$

Derivada de funciones elementales

- **Función constante:**

- $f(x) = k \rightarrow f'(x) = 0$

- **Funciones potenciales**

- $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

- **Función exponencial**

- $f(x) = a^x \rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$

- **Caso particular:** $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$

- **Función logarítmica**

- $f(x) = \log_a(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln(a)}$

- **Caso particular:** $f(x) = \ln(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

Reglas de derivación

- **Suma de funciones**

- $F(x) = (f+g)(x) \rightarrow F'(x) = f'(x) + g'(x)$

- **Producto por una constante**

- $F(x) = a \cdot f(x) \rightarrow F'(x) = a \cdot f'(x)$

- **Producto de dos funciones**

- $F(x) = (f \cdot g)(x) \rightarrow F'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

- **Cociente de funciones**

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow F'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

- **Composición de funciones**

- $F(x) = f(g(x)) \rightarrow F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

La vuelta ciclista